

1° compito di Matematica - 1° quadrimestre - classe 4^a C

Allievo/a: _____ data: _____ / 10 / 2023

1) Determina il dominio delle seguenti funzioni:

$$\text{a) } y = f(x) = \sqrt{\frac{2^{x+2} \cdot 3^{x+1} - 18^{-1}}{4^x - 2^{x+1} + 1}} \quad \text{b) } y = g(x) = \sqrt[6]{\frac{5^{2-x} + 5^{1-x} - 4 \cdot 5^{-x} - 26}{2^{2x} - 17 \cdot 2^{x-2} + 1}}$$

2) Risolvi le equazioni:

$$\text{a) } \left(\frac{x^2 - 6x + 12}{4} \right)^{3x^2 - 8x - 3} = 1 \quad \text{b) } \ln(-x^2 - 3x - 2) = \ln(x - 2) + \ln(1 - x)$$

3) Considera la funzione $y = f(x) = a + b \cdot 2^{cx}$, con $a, b, c \in \mathbb{R} \wedge b, c \neq 0$.

a) Determina i valori dei parametri a, b e c tali che il grafico della funzione $f(x)$ passi per i punti $A(-3; -6)$, $B(-1; 0)$ e $C\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

b) Disegna il grafico delle funzioni $y = f(x)$ e $y = g(x) = |f(x)|$.

c) Risolvi la disequazione $g(x) \geq 2$.

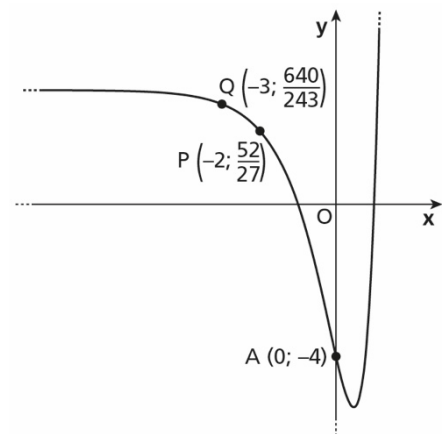
4) Considera la funzione $y = f(x) = a \cdot 9^x + b \cdot 3^x + c$,

il cui grafico è rappresentato in figura.

a) Determina i valori dei parametri reali a, b e c .

b) Risolvi la disequazione $\frac{f(x) + 2 \cdot 5^x}{4} \geq \frac{5^x}{2}$.

c) Determina l'area del triangolo ABC, con B e C i punti di intersezione del grafico della funzione data con l'asse delle ascisse.



5) Data la funzione $y = f(x) = \log_3 x - 1$, disegna il grafico delle funzioni:

$$\text{a) } y = g(x) = f(|x|) \quad \text{b) } y = h(x) = |f(x)|$$

6) Dopo aver posto le opportune condizioni di esistenza, risolvi le seguenti equazioni:

$$\text{a) } \log_x(7x - 10) = 2 \quad \text{b) } \log_x(\sqrt{x+1} + 1) = 1$$

7) Verifica che se $x = \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7$ allora $x = \log_3 7$. Quindi calcola:

$$\text{a) } 9^x \quad \text{b) } \left(\frac{1}{27}\right)^x \quad \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[3]{3^x}$$

8) Considera la funzione $y = f(x) = \frac{\log_2 x^n}{a + \log_2 x}$, dove $n \in \mathbb{N}$ e $a \in \mathbb{R}$.

Sapendo che il grafico di f passa per i punti $A(2; 1)$ e $B(16; 2)$, determina:

a) Il valore dei parametri a e n ;

b) il dominio e gli zeri della funzione $y = f(x)$ e studiane il segno;

c) determina per quali valori di x risulta $f(x) \geq \frac{3}{2}$.